Resnejša vprašanja

Tule je nekaj vprašanj za otroke, ki to aktivnost že poznajo ali pa je zanje prelahka. Napisani so kot skica, okvir pogovora; vodijo od dvojiškega številskega sistema k splošnejšemu razumevanju različnih zapisov števil, vključno z drugačnim pogledom na desetiški številski sistem. Vprašanja lahko uporabimo za pogovor z otrokom, ali pa mu jih prepustimo, da jih premisli sam – in nas po možnosti med branjem kaj vpraša ali pa poroča o svojih dognanjih.

Še malo o dvojiškem zapisu števil

Otroke, ki čepijo ali stojijo, si predstavljamo kot števki 0 in 1, recimo 00110. Koliko različnih števil lahko predstavimo s petimi števkami 0 in 1? (To najbrž že veš, sprašujem samo, da te spomnim.)

Če razmisliš: različnih števil, ki jih lahko zapišemo, je točno toliko, kot je različnih zaporedij, ki jih lahko naredimo iz ničel in enk. Največje število, ki ga lahko zapišemo, je za ena manjše od števila različnih števil zato, ker je eno od števil, ki jih lahko zapišemo, tudi 0.

Koliko različnih števil pa lahko napišeš s šestimi ali sedmimi ali osmimi števkami 0 in 1? Ali z desetimi?

Koliko števk potrebuješ, da zapišeš eno milijardo?

Zdaj pa obrnimo drugače: **00110** pomeni **0** × 16 + **0** × 8 + **1** × 4 + **1** × 2 + **0** × 1. V vsakem produktu imamo števko (0 ali 1), ki jo pomnožimo s številom, ki je odvisno od tega, na katerem mestu je ta števka (čisto desno števko množimo z 1, tisto levo od nje z 2, še eno levo s 4 ... in tako naprej, kolikor jih pač imamo).

Zapis s tremi števkami: 0, 1 in 2

Kaj pa, če bi bile dovoljene tri števke, ne le dve? Imeli bi torej 0, 1 in 2. Če bi napisali 02110 bi to pomenilo **0** × 16 + **2** × 8 + **1** × 4 + **1** × 2 + **0** × 1 = 21. Pokaže se, da to ni preveč dobra ideja. Takoj bomo videli, zakaj.

Katero je največje število, ki ga lahko napišeš na ta način?

Koliko pa je različnih zaporedij petih ničel, enk in dvojk?

Če ti je težko odgovoriti na prejšnje vprašanje, razmisli, koliko je različnih zaporedij 0, 1 in 2, ki vsebujejo tri, ne pet števk – na primer 021 ali 100 ali 222...

Je največje število spet za 1 manjše od števila različnih števil?

Če je: razmisli še enkrat. :)

Če ni: lahko na podlagi tega spoznanja odgovoriš na tole vprašanje: obstaja kakšno število, ki ga lahko z 0, 1 in 2 zapišemo na dva načina?

Če ne obstaja: razmisli še enkrat. :)

Če obstaja: poišči ga. Pravzaprav poišči več takšnih števil, izmisli si pravilo, kako jih iskati.

Videti je, da je ideja z 0, 1 in 2 povsem neposrečena. Vendar ni. Problem je v tem, da kot tisto, s čimer množimo števke, še vedno uporabljamo 1, 2, 4, 8, 16... Kaj bi morali uporabljati, da bi sistem deloval tako lepo, kot deluje z 0 in 1?

Če "popraviš" produkte: katero je največje število, ki ga lahko napišeš s tremi števkami 0, 1 in 2? Kaj pa s štirimi, petimi, šestimi?

Kako pa se šteje s števkami 0, 1 in 2? Spomni se, z 0 in 1 smo šteli: 00000, 00001, 00010, 00011, 00100, 00101, 00110 ... Napiši nekaj podobnega za števke 0, 1 in 2.

Če bi ti naročil, da izračunaj, koliko je 13567 × 10, ne bi imel veliko dela, ne? Množiti z 10 je trivialno. Kadar zapisujemo s števkama 0 in 1, je trivialno množiti z 2. Če 110111 podvojim, dobim 1101110. Zakaj je tako? Zakaj ravno z 2? S katerim številom pa je čisto preprosto množiti, kadar zapisujem s števkami 0, 1, 2 in 3? Zakaj? (Namig: na vprašanja "zakaj", najlažje odgovarjaš, če razmisliš, tole: 10110 pomeni 1 × 16 + 0 × 8 + 1 × 4 + 1 × 2 + 0 × 1. Kaj pa pomeni 101100?)

Zapis z več števkami

Zdaj ko znamo delati s števkami 0, 1 in 2, pa razmisli isto reč za števke 0, 1, 2, 3. Kaj bi uporabljali namesto 1, 2, 4, 8? Katero je največje število, ki ga lahko napišeš s petimi števkami 0, 1, 2 in 3?

Tako. Ko smo razmislili vse to, pa smo dovolj pametni, da lahko naredimo še najenostavnejše. Recimo, da bi uporabljali števke 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Kaj bi uporabljali namesto 1, 2, 4, 8, 16...? Katero bi bilo največje število, ki bi ga lahko zapisali s tremi števkami? Ali s štirimi ali s petimi? (Če imaš ključavnico za kolo, na kateri so številke: koliko različnih številk lahko nastaviš? Katero je največje? Kako "šteje"?)

Prejšnji odstavek je nekoliko nenavaden: zakaj piše "Recimo, da bi uporabljali števke 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9", "Kaj bi uporabljali", "Katero bi bilo" ... Saj vendar uporabljamo prav te števke! Brez "bi"!

Kar si spoznal(a) ob tem kratkem razmišljanju, so različni način zapisovanja števil. Pravimo jim tudi "številski sistemi". V vsakdanjem življenju večinoma uporabljamo desetiški številski sistem. (Če se sprašuješ, zakaj "večinoma": razmisli o tem, ali ne uporabljamo morda kje tudi šestdesetiškega. Brez šale!)

Lahko pa bi tudi kakšnega drugačnega. Dvanajstiški bi bil kar praktičen. V desetiškem sistemu lahko preprosto ugotovimo, ali je neko število deljivo z 2, s 5 ali z 10. V dvojiškem sistemu hitro vidimo, ali je deljivo z 2. V dvanajstiškem sistemu pa bi bilo zelo preprosto videti, ali je deljivo z 2, 3, 4, 6 ali 12. (Zakaj ravno s temi števili? Če še nisi utrujen od računanja, zapiši nekaj števil v dvanajstiškem sistemu, pa boš hitro videl!)

Računalniki uporabljajo dvojiški sistem. Praktičen je zato, ker števki 0 in 1 shranimo (ali prenesemo) tako, da spreminjamo stanje nečesa v računalniku, disku, CDju... Ko, recimo, shranimo podatke na CD, v ploščo delamo luknjice: kjer je luknjica, to pomeni 1, kjer je ni, pa 0 (ali pa obratno, saj ni pomembno). Če bi morali na ta način shranjevati 0, 1 in 2 ali, bognedaj, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 in 9, pa bi morali delati več različnih vrst luknjic ali kaj podobnega. To pa ne bi bilo posebej praktično.

Zato torej računalniki uporabljajo dvojiški sistem, računalnikarji pa imamo zelo radi tudi šestnajstiškega, saj je lahko pretvarjati med šestnajstiškim in dvojiškim (če te res zanima, ti razložimo, kako), obenem pa je zapis v šestnajstiškem sistemu bistveno krajši od neskončnih klobas v dvojiškem sistemu.

Pa še nekaj si zapomni: razliko med številom in zapisom tega števila. Število je ... pač število. Število nam pove, koliko je nečesa ali koliko si star ali kaj podobnega. Števila bi lahko zapisali s črticami; če je nekdo star enajst let, bi napisali |||||||||||. Ampak to ni preveč praktično, zato števila zapisujemo drugače - |||||||||| lahko zapišemo kot 1011 ali 120 ali 23 ali 21 ali 15 ali 14 ali 13 ali 12 ali 11 ali 10 (tole je dvojiški, trojiški, štiriški in tako naprej do enajstiškega sistema). Vedno gre za isto število, namreč ||||||||||, samo zapisali smo ga na deset različnih načinov.

Pa še nekaj povsem drugega: decimalke

V desetiškem sistemu lahko zapišemo 425, kar pomeni, kot zdaj dobro vemo, 4 × 100 + 2 × 10 + 5 × 1. Isto številko lahko zapišemo tudi kot 110101001, kar pomeni 1 × 256 + 2 × 128 in tako naprej. Naučili smo se, kako lahko napišemo vsako število po dvojiško.

Vsako? Če misliš, da res: pa zapiši število 23,5! Ali 11,75!

Seveda se da tudi to, le malo boš moral(a) razmisliti, kaj v resnici pomeni 23,5. Namreč 2 × 10 + ... in tako naprej. Izmisli si podoben sistem še za dvojiška števila.

Lahko po desetiško zapišeš eno tretjino? Lahko, le nekam veliko decimalnih mest ima, ne? Kateri deli celote imajo neskončno decimalnih mest in kateri se "izidejo"?

Zdaj pa po dvojiško zapiši eno polovico, eno četrtino, eno osmino? S tem ni težav, ne? Kaj pa tri desetine? Eno sedmino? Kaj pa 0,625? Lahko uganeš katera števila se "izidejo", katera pa imajo neskončno decimalk?

Še enkrat razmisli o tem, zakaj bi bil dvanajstiški sistem tako praktičen. In zakaj bi bil šestedesetiški še boljši...

Kaj pa bi bilo pri šestdesetiškem nekoliko nerodno? Če ne znaš odgovoriti, napiši število 30 v šestnajstiškem sistemu.